Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Society of Manufacturing Engineering of Iran

Investigating the Impact of Tibia Bone Heterogeneity on Natural Frequency using Modal Test and Finite Element Modeling

Research Article

Hamid Dehghan Tarzjani[1], Mohammad Ali Nazari[2], Mohammad Mahjoob[3]

DOI: 10.22067/jacsm.2023.78480.1135

1. Introduction

Natural frequencies and mode shapes of bone can be predicted using numerical analysis and finite element modeling, and measured and validated by modal testing of laboratory samples. These vibration characteristics are widely used in clinical diagnostics.

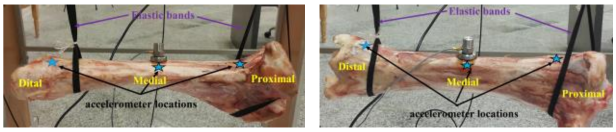
Bone heterogeneity in finite element models affects its natural frequency. Most previous studies have assumed the bone material to be homogeneous. Although a few of them have considered bone to be heterogeneous, the impact of this assumption on the vibration characteristics of bone has not been studied much.

This research tries to answer the questions about the accuracy required for a finite element model to predict the natural frequencies of the tibia bone and the effect of bone heterogeneity in finite element models. Another problem this study tries to focus is, for assigning the elastic modulus of bone material in the heterogeneous model, which density-elasticity relationship proposed in previous studies can predict a more accurate natural frequency for bone.

A cow tibia bone was prepared and subjected to modal test. The experimental results of the modal test were compared with the results of the 3D finite element model created from the bone CT scan images. Inhomogeneity based on the proposed density-elasticity relationships was applied element by element (continuous) and regionally based on a tolerance (discrete) in the model. Comparing the results of heterogeneous models with experimental results shows that the first five frequencies, a discrete heterogeneous model with 20 regions, can predict the natural frequencies with an error of less than 2%.

2. Method

The tibia bone sample was hung by elastic bands in two positions, anterior-posterior and lateral-medial, and was knocked by impact hammer in three different directions: vertical Y, horizontal X, and longitudinal Z in the proximal and distal positions of the bone. In each test, the position of the accelerometer was changed between three different points: proximal, distal, and medial. Figure 1 shows the position of the accelerometer mounted on the bone. Graphs of frequency response and phase difference functions were obtained and the first five identifiable natural frequencies of the tibia bone were calculated by the peak picking method.



(a) (b)

Figure 1. Position of the accelerometer on the bone: (a) Anterior-posterior; (b) Lateral-medial position of the sample

The tibia bone was scanned using a GE Hi-Speed Single Slice CT Scan Machine. In the imaging, the thickness of the slices was 1 mm and the pixel resolution was 1280 x 1024. A three-dimensional geometric model of the sample was created using CT scan images and Mimics software, with appropriate separation and thresholding for the Hounsfield unit. Figure 2 shows the 3D geometric model created in Mimix software.



Figure 2. 3D geometric model of tibia bone in Mimics software

The intensity of grayness of CT images, which is characterized by CT numbers or Hunsfield units (HU), can be linearly related to tissue density in living tissues. The following three common Hounsfield -density relationships have been proposed for bone in previous research, where ρ_{eff} is the effective density of bone.

$$\rho_{eff}(kg/m^3) = 0.523HU + 1000 \quad (1)$$

$$\rho_{eff}(kg/m^3) = 0.464HU + 1000 \quad (2)$$

$$\rho_{eff}(kg/m^3) = 0.635HU + 1000 \quad (3)$$

*Manuscript received: August 28, 2022. Revised November 6, 2022, Accepted, February 19, 2022.

1. Corresponding author. PhD Candidate, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran. **Email**: h.dehghan.t@ut.ac.ir

2. Assistant Professor, Department of Biomechanics, Faculty of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

3. Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran. Member of the Center for Advanced Orthopedic Studies, Harvard Medical School, USA.

Various mechanical tests of previous studies have shown that there is an exponential relationship between bone density and elastic modulus. The following relationships are three important density-elastic modulus relationships. in which the density is in gr/cm^3

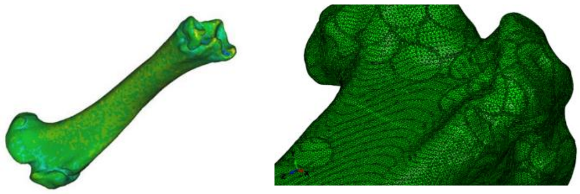
$$E(GPa) = 3.79\rho_{app}^{3} \quad (4)$$

$$E(GPa) = 3.26\rho_{app}^{2.29} \quad (5)$$

$$E(GPa) = 6.85\rho_{app}^{1.49} \quad (6)$$

After creating the geometric model, the material properties are assigned to the model in Mimics software. By using the lowest and highest Hounsfield units in the bone CT image, the range of bone density changes can be obtained. Now this interval can be divided into a specific number of region. In this way, the discrete heterogeneous model of the bone is created.

After segmenting and assigning properties to the regions of the model in Mimix, the model was entered into Abaqus and based on the same regions in Mimix, it was transferred to Abaqus. By meshing the model in Abaqus with second-order tetrahedral elements of C3D10 type, natural frequencies and mode shapes were determined. Following the mesh sensitivity analysis, the optimal mesh size was obtained. The number of optimal elements is 432782. Figure 3 shows the bone model with assigned materials in Mimics and the finite element model of heterogeneous bone in Abaqus.



(a) (b)

Figure 3. a) The bone model with assigned materials in Mimics. b) The finite element model of heterogeneous bone in Abaqus

4. Results and discussion

After the bone modal test, all 36 frequency response graphs were transferred to MATLAB and drawn. Figure 4 shows two examples of bone frequency response functions drawn in MATLAB.

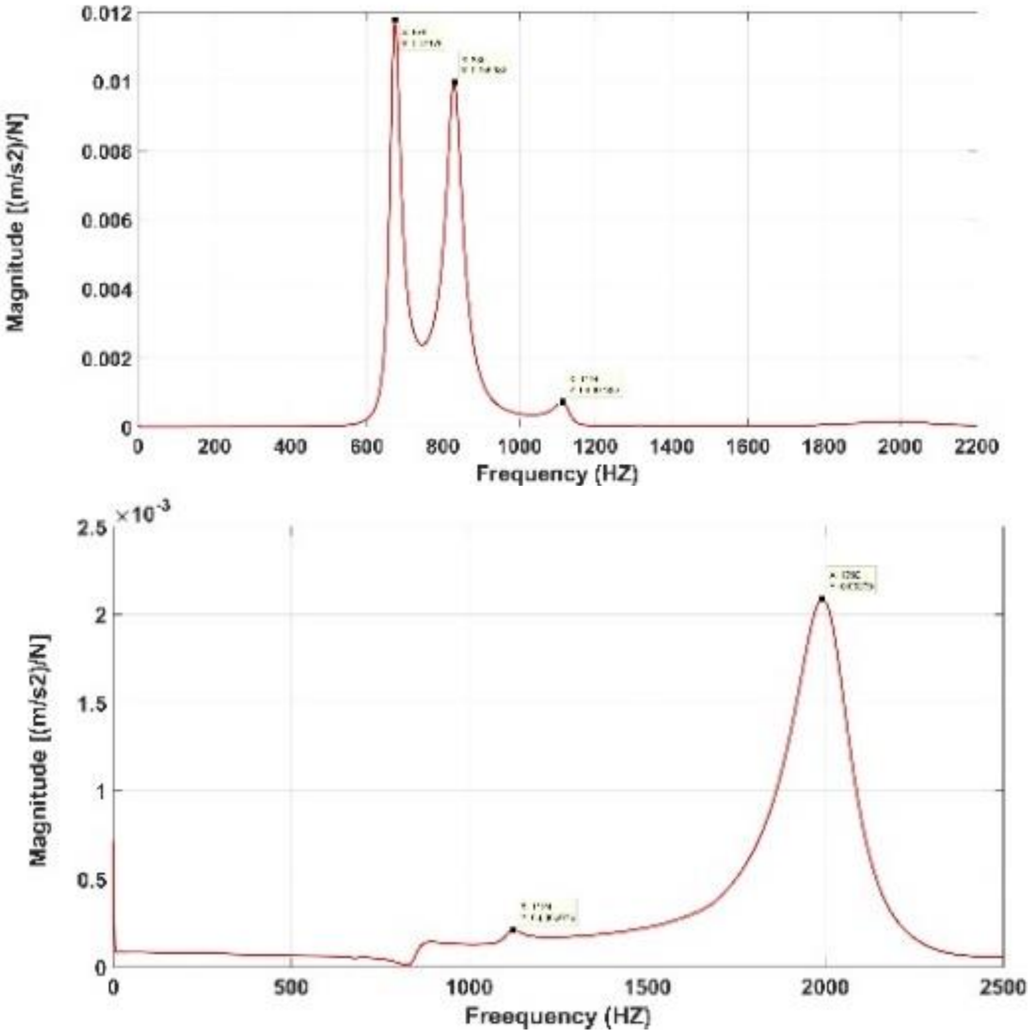


Figure 4. Two examples of bone frequency response functions drawn in MATLAB

Table 1. The first five frequencies of each of the homogeneous, discrete heterogeneous, and continuous heterogeneous models

The position of the sample	the impact direction Hammer	first freq.	Sec. freq.	third freq.	fourth freq.	fifth freq.
Anterior - posterior	axis Y	663	832	……	……	……
	axis X	674	830	1114	……	……
	axis Z	……	……	1125	……	1992
lateral-middle	axis Y	658	……	……	……	……
	axis X	658	833	……	……	……
	axis Z	670	844	……	1711	……
Mean value and standard deviation		665± 7/2	835± 6/3	1120 ±7/8	1711	1992

Table 2. The first five frequencies of the discrete heterogeneous model based on the number of regions

Density-elasticity relationship	Bone model	Bone natural frequencies (Hz)				
		First freq.	Second freq.	Third freq.	Fourth freq.	Fifth freq.
…………	Homogenous	795	995	1492	2502	2944
Carter and Hayes	Discrete heterogeneous (40 regions)	672	847	1129	1717	1999
Keller		683	857	1151	1955	2229
Morgan		688	864	1225	2328	2537
Carter and Hayes	Continuous heterogeneity (432782 regions)	670	845	1127	1715	1995
Keller		681	856	1149	1952	2224
Morgan		685	860	1220	2322	2530
Modal test		665	835	1120	1711	1992

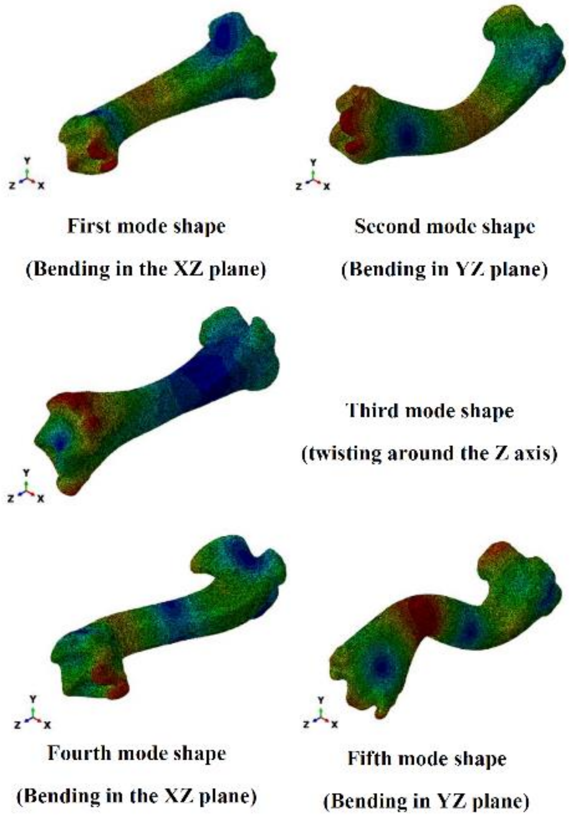


Figure 5. The first five mode shapes of the tibia bone

By solving each of the homogeneous, discrete heterogeneous and continuous heterogeneous finite element models, the first five non-zero frequencies of each model are listed in Table 1. Moreover, Figure 5 shows the first five mode shapes of bone. It can be seen that the values of the natural frequencies obtained according to the density-elasticity relationship of Carter and Hayes are closer to the natural frequencies obtained from the modal test with an error of less than 1%.

Moreover, Table 2 shows the first five frequencies of the discrete heterogeneous model based on the number of regions of the model. The results show that when the number of regions in the model exceeds 20, the difference of the frequencies obtained from the finite element models with the results of the modal test of bone decreases to below 1%

5. Conclusion

The results of this research show that although the use of continuous inhomogeneous models can probably give more accurate results in static analyses such as stress and strain analysis, in vibration analysis and natural frequencies of bone, a simpler discrete inhomogeneous model with 20 sections can obtain natural frequencies close to experimental values (less than 1% error) with less cost and shorter time.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

بررسی تأثیر ناهمگنی استخوان تیبیا بر فرکانس طبیعی به کمک تست مودال و مدل‌سازی اجزای محدود*

مقاله پژوهشی

حمید دهقان طرزجانی[۱]   محمد علی نظری[۲]   محمد محجوب[۳]

DOI: 10.22067/jacsm.2023.78480.1135

چکیده *فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای استخوان به طور گسترده در تشخیص بهبود شکستگی استخوان، بازسازی مجدد استخوان، تشخیص پوکی استخوان و برهم کنش ایمپلنت و استخوان مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مشخصه‌ها را می‌توان با استفاده از تحلیل‌های عددی و مدل‌سازی اجزای محدود تخمین زده و با تست مودال نمونه‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری و صحه‌گذاری نمود. ناهمگنی استخوان در مدل‌های اجزای محدود بر فرکانس طبیعی آن تأثیر می‌گذارد. در این تحقیق تأثیر ناهمگنی استخوان و روابط چگالی-الاستیسیته بر فرکانس طبیعی استخوان و دقت تخمین آنها بررسی شده است. یک استخوان تیبیا گاوی تهیه و مورد تست مودال قرار گرفت. نتایج تجربی تست مودال با نتایج مدل اجزای محدود سه بعدی ایجاد شده از روی تصاویر سی تی اسکن استخوان، مقایسه گردید. ناهمگنی بر مبنای روابط چگالی-الاستیسیته پیشنهادی به صورت المان به المان (پیوسته) و به صورت ناحیه‌ای بر مبنای یک تلرانس (گسسته) در مدل اعمال شد. مقایسه نتایج مدل‌های ناهمگن با نتایج تجربی نشان می‌دهد که تفاوت بسیار کمی بین فرکانس‌های طبیعی مدل‌های ناهمگن گسسته و پیوسته وجود دارد. بطوریکه برای پنج فرکانس اول، یک مدل ناهمگن گسسته با ۲۰ ناحیه، می‌تواند فرکانس‌های طبیعی را با خطای کمتر از ۲درصد و صرف هزینه و زمان کمتر پیش بینی نماید.*

واژه‌های کلیدی فرکانس طبیعی، شکل مود، استخوان تیبیا، ناهمگنی استخوان، تست مودال ، اجزای محدود.

Investigating the Effect of Tibia Bone Heterogeneity on Natural Frequency Using Modal Test and Finite Element Modeling

Hamid Dehghan Tarzjani   Mohammad Ali Nazari   Mohammad Mahjoob

Abstract *The natural frequencies and mode shapes of bone are widely used in the diagnosis of bone fracture healing, bone remodeling, osteoporosis diagnosis, and implant-bone interaction. These characteristics can be estimated using numerical analysis and finite element modeling and measured and validated by modal testing of laboratory samples. Bone heterogeneity in finite element models affects its natural frequency. In this research, the effect of bone heterogeneity and density-elasticity relationships on the natural frequency of bone and the accuracy of their estimation have been investigated. A cow tibia bone was prepared and subjected to modal test. The experimental results of the modal test were compared with the results of the 3D finite element model created from the bone CT scan images. Inhomogeneity based on the proposed density-elasticity relationships was applied element by element (continuous) and regionally based on a tolerance (discrete) in the model. Comparing the results of heterogeneous models with experimental results shows that there is very little difference between the natural frequencies of discrete and continuous heterogeneous models. So, for the first five frequencies, a discrete heterogeneous model with 20 regions can predict the natural frequencies with an error of less than 2% with less cost and shorter time*.

Key Words Natural Frequency, Mode Shapes, Tibia Bone, Bone Heterogeneity, Modal Test, Finite Elements.

---

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۶/۶ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۱۱/۳۰ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسئول، دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران.

Email: h.dehghan.t@ut.ac.ir

(۲) استادیار، گروه بیومکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران.

(۳) استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، عضو مرکز مطالعات ارتوپدی پیشرفته، دانشکده پزشکی هاروارد، آمریکا.

مقدمه

ویژگی‌های ارتعاشی استخوان، همچون فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها، را می‌توان با استفاده از تحلیل‌های عددی و مدل‌سازی اجزای محدود پیش‌بینی و به کمک تست مودال نمونه‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری و صحه‌گذاری نمود. این ویژگی‌های ارتعاشی به طور گسترده در تشخیص‌های بالینی همچون ترمیم شکستگی استخوان [1]، بازسازی مجدد استخوان [2]، تشخیص پوکی استخوان [3]، و بررسی برهم‌کنش ایمپلنت و استخوان [4] مورد استفاده قرار می‌گیرند.

مدل‌سازی اجزای محدود به شکل وسیعی جهت مدل‌سازی و مطالعه رفتار ارتعاشی استخوان مورد استفاده قرار می‌گیرد. به کمک تست مودال روی نمونه‌های مصنوعی، انسانی و حیوانی، این مدل‌ها اعتبارسنجی و به‌روزرسانی می‌شوند. به عنوان مثال گو و همکاران [5,6] با ایجاد یک مدل اجزای محدود سه بعدی صحت سنجی‌شده، شامل مهره‌های بخش کمری، ستون فقرات، دیسک‌های بین مهره‌ای و رباط‌ها به تحلیل جراحات حاصل از ارتعاشات بدن روی دیسک‌های بین مهره‌ای پرداختند. وردنلی و همکاران [7] با تهیه یک استخوان مصنوعی کامپوزیتی و با خواص نزدیک به استخوان تیبیا، آن را مورد تست مودال قرار داده و با ایجاد یک مدل اجزای محدود، به کمک نتایج تست، آن را اعتبار سنجی نمودند. سپس به کمک این مدل به تأثیر آتل‌بندی روی رفتار استخوان تحت بارهای دینامیکی و ارتعاشی پرداختند. لین و همکاران [8] یک نمونه جسدی از فک پایین انسان را مورد تست ضربه چکش قرار داده و با تهیه یک مدل اجزای محدود از نمونه، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی را بدست آورده و اعتبار آنها را با نتایج تجربی بررسی کردند. آنها نتیجه گرفتند که صدمات وارد بر فک در تصادفات شدید بیشتر در محل حداکثر دامنه مودهای بالای ارتعاشی رخ می‌دهد تا در موقعیت حداکثر تنش. پاستراو و همکاران [9] تست مودال و مدل اجزای محدود یک نمونه مصنوعی استخوان ران به همراه ایمپلنت را تحت مقادیر مختلفی از سطح تماس بین استخوان و ایمپلنت بررسی نمودند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که با کم شدن میزان سطح تماس بین استخوان و ایمپلنت فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد و لذا تشدید سریعتر رخ می‌دهد. هوباتو و همکاران [10] به تحلیل مودال استخوان ساق پای انسان و تعیین فرکانس طبیعی، شکل مودها و نسبت میرایی پرداخته‌اند. در این پژوهش نتایج حاصل از تست مودال و تحلیل مودال یک مدل اجزای محدود سه بعدی از استخوان ساق پای انسان مقایسه شده‌اند. اختلاف فرکانس‌های طبیعی آزمایشگاهی و مدل اجزای محدود حدود ۳٪ می‌باشد. در کلیه این مدل‌ها استخوان‌ها همسانگرد و همگن فرض شده‌اند. بدیز و همکاران [11] دو نمونه تیبیا انسانی یخ زده یکی تر و دیگری خشک را مورد تست مودال قرار داده و فرکانس‌های طبیعی و نسبت میرایی را تعیین کردند. نتایج نشان می‌دهد نمونه خشک دارای فرکانس‌های طبیعی بالاتر و نسبت میرایی پایین‌تر است. این موضوع نشان می‌دهد که با افزایش میزان پوکی استخوان (از نمونه تر به نمونه خشک) فرکانس‌های طبیعی استخوان بالا رفته و نسبت میرایی آن کاهش می‌یابد که می‌تواند در تشخیص پوکی استخوان کمک کند. این پژوهش صرفا یک پژوهش آزمایشگاهی بدون مدل‌سازی بوده است.

دسته‌ای دیگر از مدل‌ها با اضافه کردن ناهمگنی یا ناهمسانگردی، تأثیر آنها را بر نتایج مدل‌سازی تحقیق نموده و مدل مناسب برای تأثیر ناهمگنی را پیشنهاد نموده‌اند. تیلور و همکاران [12] یک نمونه جسدی از استخوان ران را مورد تست مودال قرار داده و به کمک تصاویر سی‌تی نمونه، یک مدل اجزای محدود ناهمسانگرد ایجاد کرده و فرکانس‌های طبیعی مدل را با فرض خواص ارتوتروپیک برای استخوان تعیین نمودند. از مقایسه فرکانس‌های طبیعی تجربی با نتایج عددی، ثابت‌های الاستیک اورتوتروپیک ماده استخوان را تعیین کرده و با مقادیر این ثابت‌ها که با روش اولتراسونیک در پژوهش‌های قبلی بدست آمده است، مقایسه نمودند. شولز و همکاران [13] اعتبارسنجی روابط بین مدول الاستیک با یکای هانسفیلد، برای یک مدل اجزای محدود از استخوان لگن را به کمک تحلیل مودال بررسی و نتایج را با تست مودال پژوهش‌های قبلی مقایسه نمودند. آنها دریافتند که رابطه چگالی–الاستیسیته مورگان و همکاران [14] برای استخوان لگن نزدیکترین فرکانس طبیعی را به نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند. ورنر و همکاران [15] با تست مودال به کمک ارتعاش سنج لیزری، فرکانس‌های طبیعی استخوان لگن را بدست آوردند. آنها با ایجاد یک مدل اجزای محدود از تصاویر

سی‌تی نمونه، روابط چگالی- الاستیسیته مختلف را جهت تخصیص خواص مواد استخوان به مدل بررسی نمودند. آنها با بررسی سه مدل مختلف و تغییر رابطه چگالی با یکای هانسفیلد به یک رابطه چگالی- الاستیسیته مناسب رسیدند. از آنجا که رابطه چگالی با یکای هانسفیلد را ثابت نگرفته‌اند لذا رابطه الاستیسیته برحسب چگالی به دست آمده قابلیت تعمیم ندارد. هنیس و همکاران [16] به مطالعه تأثیر چگالی و هندسه استخوان بر فرکانس‌های طبیعی به کمک مدل اجزای محدود استخوان لگن کامپوزیتی با استناد به تست مودال پرداختند. آنها نتیجه گرفتند که تفاوت بین نتایج مدل و آزمایش ناشی از فرض همسانگردی در مدل بوده است در حالیکه نمونه مصنوعی از یک ماده ارتوتروپ ساخته شده است. مقدم و همکاران [17] یک نمونه ران گاو را به کمک تست ضربه چکش مورد تست مودال قرار داده و با ایجاد یک مدل اجزای محدود سه بعدی از نمونه به کمک تصاویر سی‌تی اسکن، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی را بدست آوردند. آنها یک مدل بهینه برای تخصیص خواص ناهمگنی استخوان ران پیشنهاد کرده و نشان دادند که با این رابطه تفاوت فرکانس‌های طبیعی مدل و تست مودال، حداقل می‌شود.

با برر سی پژوهش‌های یاد شده م شخص می شود که تأثیر میزان دقت ناهمگنی ماده اســـتخوان بر فرکانس‌های طبیعی آن چندان مورد مطالعه قرار نگرفته اســـت. تحقیق حاضـــر به دنبال پاســـخ دادن به پرســـش‌هایی پیرامون د قت مورد نیاز برای مدل سازی ناهمگنی در مدل‌های اجزای محدود جهت پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی استخوان تیبیا می‌با شد. از جمله پر سش‌های مطرح، اثر ناهمگنی استخوان در مدل‌های اجزای محدود و دامنه تأثیر آن بر فرکانس‌های طبیعی اســـت. بالا بردن دقت ناهمگنی ا ستخوان مستلزم ایجاد مدل‌های اجزای محدود دقیقتر ا ست که خود هزینه محاسباتی و مدت زمان حل را افزایش می‌دهد.

در اینجا لازم است دقت مدل‌سازی ناهمگنی ماده استخوان تشریح شود. فرض کنیم چگالی متراکم ترین نقطه و کم تراکم ترین نقطه استخوان را به ترتیب چگالی حداکثر و چگالی حداقل ماده استخوان بنامیم. حال در نرم‌افزار میمیکس این بازه حداکثر و حداقل چگالی را مثلا به ۱۰ زیر بازه مساوی تقسیم کرده و میانگین چگالی هر زیر بازه را به آن بازه تخصیص داده و هر کدام از این چگالی‌های میانگین را با یک رنگ مشخص می‌کنیم. اکنون کل ماده استخوان بر اساس اینکه، چگالی هر قسمتش در کدام یک از بازه‌های ده گانه فوق قرار می‌گیرند، به طیفی از ده رنگ مختلف درمی‌آید. بدین ترتیب به جای اینکه همه استخوان دارای یک چگالی باشد (فرض همگن بودن ماده استخوان) داری ده عدد مختلف چگالی است که در سراسر استخوان پخش شده است. بنابراین یک مدل ناهمگن ده ناحیه‌ای ایجاد می‌شود. حال اگر تعداد تقسیمات را در نرم‌افزار میمیکس بیست در نظر بگیریم، بدیهی است همه استخوان دارای بیست عدد چگالی مختلف خواهد بود که در سراسر استخوان توزیع شده است. پر واضح است که هر چه تعداد تقسیمات بازه چگالی بیشتر باشد، مدل‌سازی ناهمگنی استخوان دقیقتر خواهد بود. اکنون این سوال مطرح می‌شود که تا چه اندازه باید تعداد این تقسیمات را بالا برد تا فرکانس‌های طبیعی استخوان با یک مقدار خطای قابل قبول (مثلا کمتر از ۵ درصد) به فرکانس‌های حاصل از تست مودال استخوان نزدیک شود. از آنجایی که بالا بردن دقت ناهمگنی ماده استخوان، هزینه محاسبات و مدت زمان حل مدل را افزایش می دهد، تعیین اندازه دقت یاد شده بسیار مهم می‌باشد که مهمترین هدف این پژوهش است. سوال دیگری که پیش می آید این است که برای تخصیص مدول الاستیک ماده استخوان در مدل ناهمگن، کدام رابطه چگالی-الاستیسیته پیشنهاد شده، در پژوهش‌های قبلی، می‌تواند فرکانس طبیعی دقیق‌تری را برای استخوان به ارمغان بیاورد؟

در این راستا فرکانس‌های طبیعی یک نمونه استخوان تیبیای گوساله تازه ذبح شده با استفاده از تست مودال در حالت شرایط مرزی دو سر آزاد اندازه‌گیری شده‌اند و به کمک تصاویر سی‌تی تهیه شده از این نمونه، یک مدل هندسی سه بعدی با استفاده از نرم‌افزار میمیکس ایجاد شده است. در تصاویر سی‌تی ، نقاطی شدت رنگ خاکستری بیشتر و نقاطی شدت رنگ خاکستری کمتری دارند. این شدت خاکستری بودن با معیار یکای هانسفیلد بیان می‌شود. تحقیقات نشان داده است که بین میزان شدت خاکستری بودن تصویر سی‌تی یعنی یکای هانسفیلد با چگالی جرمی ماده استخوان، رابطه خطی برقرار است. بنابراین با داشتن

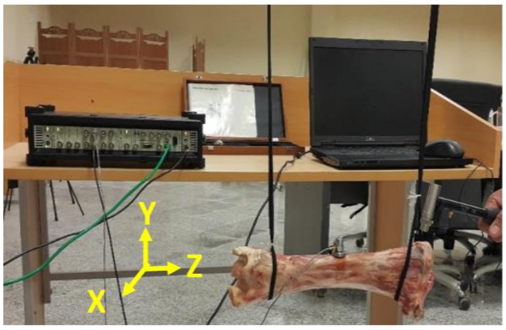
کمترین و بیشترین یکای هانسفیلد در تصویر سی‌تی استخوان می‌توان بازه تغییرات چگالی استخوان را بدست آورد. حال می‌توان این بازه را به تعداد مشخصی بخش تقسیم نمود (۵ یا ۱۰ یا ۲۰ و ...). هر چه تعداد تقسیمات بیشتر باشد توزیع ناهمگنی ماده استخوان دقیقتر خواهد بود. بدین ترتیب مدل ناهمگن گسسته استخوان ایجاد می‌شود. در مدل ناهمگن پیوسته، پس از مش بندی مدل بر اساس نوع المان اجزای محدود آن (المان تتراهدرال) با داشتن مختصات هر گره از هر المان می‌توان یکای هانسفیلد هر گره را بدست آورد. با میانگین گرفتن یکای هانسفیلد گره‌های هر المان، یک یکای هانسفیلد برای هر المان بدست آمده و به همان المان تخصیص داده می‌شود. با توجه به رابطه خطی یکای هانسفیلد با چگالی می‌توان برای هر المان یک چگالی داشت. به این ترتیب مدل ناهمگن پیوسته در واقع یک مدل ناهمگن گسسته است که تعداد تقسیمات بازه یکای هانسفیلد آن به تعداد المان های مدل مشبندی شده است که می‌تواند تا چند صد هزار هم برسد. همچنین به کمک روابط چگالی-الاستیسیته پیشنهاد شده در تحقیقات پیشین، در نرم‌افزاز میمیکس، مدول الاستیک هر زیر بازه تعیین و به آن بازه اختصاص یافته است. با تغییر تعداد تقسیمات زیر بازه‌ها در مدل اجزای محدود، دقت ناهمگنی استخوان بر فرکانس طبیعی، بررسی شده است. برای مقایسه مدل‌های ناهمگن استخوان با مدل همگن، استخوان با خواص ماده همگن پیشنهاد شده در پژوهش‌های پیشین، مدل‌سازی شده و فرکانس‌های طبیعی آن محاسبه شده‌اند. پس از مدل‌سازی، پنج فرکانس اول و شکل مودهای ارتعاشی مدل‌های استخوان همگن، ناهمگن گسسته و ناهمگن پیوسته تعیین و با مقادیر حاصل از تست مودال آزمایشگاهی نمونه واقعی استخوان مقایسه شده‌اند.

روش

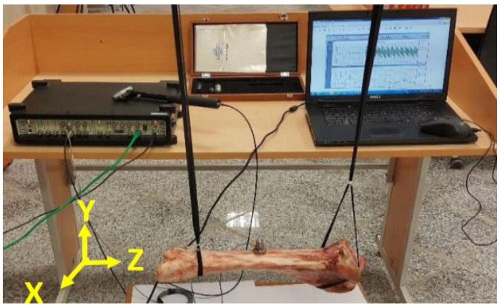
یک اســـتخوان تیبیا بدون هیچ گونه بافت نرم، از گوســـاله نر۶ ماهه، سالم و تازه ذبح شده از کشتارگاه تهیه شده و مورد تست مودال قرار گرفته اســـت. در این بخش ابتدا چیدمان و روش تست مودال استخوان توضیح داده می شود. سپس مشخصات مدل اجزای محدود، هندسه و خواص آن ارائه می‌گردد.

تست مودال

نمونه استخوان تیبیا با استفاده از دو نوار ارتجاعی تعلیق شده و آزمایش ضربه چکش به کمک چکش B&K 8206 ، شتاب‌سنج DJB A/120/V و دیتالاگر IDAE Frame Type 3560C B&K انجام شده است. شتاب‌سنج‌ها به کمک چسب ۱۲۳ میتراپل مدل BK-4002 روی سطح تمیز شده استخوان چسبانده شده‌اند. استخوان تیبیا در دو وضعیت قرارگیری قدامی-خلفی و جانبی-میانی توسط نوارهای ارتجاعی آویزان شده و به کمک چکش ضربه در سه جهت مختلف قائم Y، افقی X و طولی Z در موقعیت‌های پروگزیمال و دیستال استخوان مورد ضربه قرار گرفته است. در هر یک از حالت‌های تست، موقعیت نصب شتاب‌سنج بین سه نقطه مختلف پروگزیمال، دیستال و مدیال تغییر کرده است. شکل (۱) چیدمان آزمایش را در دو وضعیت مختلف قرارگیری استخوان نشان می‌دهد.



(الف)

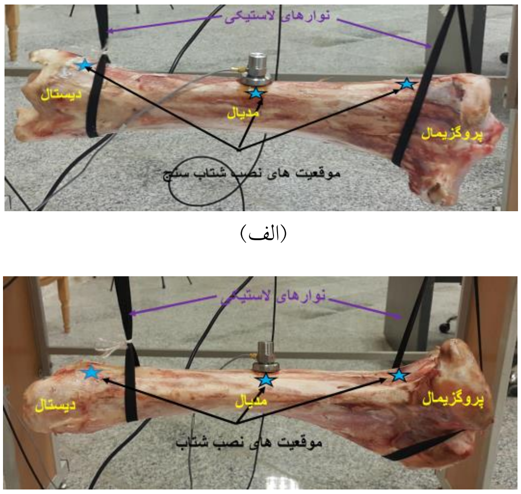


(ب)

شکل ۱ چیدمان تست مودال در دو وضعیت قرارگیری مختلف استخوان، (الف) وضعیت قدامی-خلفی و (ب) وضعیت جانبی- میانی

شکل (۲) موقعیت شتاب‌سنج نصب شده بر روی استخوان را نشان می‌دهد. در مجموع ۳۶ آزمایش مودال در نقاط مختلف ضربه، جهات مختلف ضربه و نقاط متفاوت نصب شتاب‌سنج،

انجام شده است. در هر یک از آزمایش‌ها، پنج ضربه چکش موفق اعمال و میانگین‌گیری شده است. سپس با نرم‌افزار پالس لب‌شاپ (PULSE Labshop)، نمودارهای توابع پاسخ فرکانسی و اختلاف فاز بدست آمده و پنج فرکانس طبیعی اول قابل شناسایی استخوان تیبیا با روش قله‌یابی (peak picking) محاسبه شده است. به طور کلی در نمودار توابع پاسخ فرکانسی ملاحظه می شود که در برخی از فرکانس‌ها، دامنه ارتعاشات مشخصا بیشتر از دامنه ارتعاشات نقاط مجاور خود می‌باشد. این فرکانس‌ها نشان دهنده فرکانس‌های طبیعی و حالت تشدید سیستم ارتعاشی است. روش قله‌یابی روشی ساده برای شناسایی پارامترهای مودال شامل فرکانس‌های طبیعی، نسبت میرایی و شکل مودهای ارتعاشی است. اگر چه این روش تقریبی است ولی برای سیستم‌های ارتعاشی که فرکانس‌های طبیعی آنها کاملا تفکیک شده و از هم فاصله دارند، با تقریب خوبی قابل استفاده است [18]. از آنجایی که هدف این پژوهش بررسی اثرات میرایی استخوان نبوده است تنها با پیدا کردن قله‌ها در نمودارهای توابع پاسخ فرکانسی، و به کمک نمودارهای اختلاف فاز و اینکه در فرکانس تشدید دامنه‌های تشدید و فاز آنها چگونه هستند، پنج فرکانس‌طبیعی اول قابل شناسایی استخوان تعیین شده‌اند.



(ب)

شکل ۲ موقعیت نصب شتاب سنج بر روی استخوان: (الف) وضعیت قدامی-خلفی، (ب) وضعیت جانبی-میانی

مدل‌سازی

امروزه به کمک تصاویر حاصل از تصویربرداری پزشکی همچون سی‌تی‌اسکن و ام‌آرآی و با استفاده از نرم‌افزارهای مختلف طراحی به کمک کامپیوتر، ایجاد مدل‌های هندسی از اعضای بدن به صورت چشمگیری توسعه یافته است. تهیه مدل هندسی از استخوان به کمک تصاویر سی‌تی‌اسکن نه تنها مدلی با هندسه بسیار دقیق از استخوان به دست می دهد بلکه ساختار ناهمگن آن را به خوبی به تصویر می‌کشد.

هندسه مدل

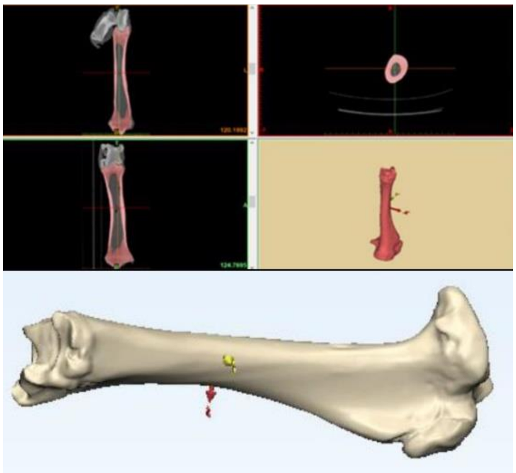
پس از آماده سازی، استخوان تیبیا با استفاده از دستگاه GE Hi-Speed Single Slice CT Scan Machine در مرکز تصویربرداری پزشکی جام جم، اسکن شده است. در تصویربرداری، ضخامت برش ها ۱ میلیمتر و رزولوشن پیکسل‌ها ۱۰۲۴ × ۱۲۸۰ بوده است. شکل (۳) تصویر سی‌تی‌اسکن استخوان تیبیا را در دستگاه تصویربرداری نشان می‌دهد.

با استفاده از تصاویر سی‌تی‌اسکن و نرم‌افزار میمیکس با جداسازی و آستانه‌یابی مناسب برای یکای هانسفیلد، یک مدل هندسی سه بعدی از نمونه ایجاد شده است. شکل (۴) مدل هندسی ایجاد شده در نرم‌افزار میمیکس را نشان می‌دهد.

به دلیل کاهش هزینه محاسبات و زمان حل مدل، در این پژوهش کانال میانی مغز زرد استخوان، خالی فرض نشده است. همچنین در نواحی پروگسیمال و دیستال استخوان که بافت اسفنجی قالب است، اثر مغز قرمز در نظر گرفته نشده است. به عبارت دیگر خواص تمام بخش‌های استخوان بر حسب یکای هانسفیلد در نظر گرفته شده است.



شکل ۳ تصویر سی‌تی‌اسکن استخوان تیبیا



شکل ۴ مدل هندسی سه بعدی استخوان تیبیا در نرم‌افزار میمیکس

خواص مکانیکی

مکبروم و همکاران [19] نشان دادند که تصاویر سی‌تی‌اسکن اطلاعات دقیقی در مورد خواص استخوان ارائه می‌دهد که می‌تواند در مدل‌سازی استخوان مورد استفاده واقع شود. چگالی رادیوگرافی یا شدت خاکستری بودن این تصاویر که با اعداد سی‌تی یا یکای هانسفیلد (HU) مشخص می‌شود، می‌تواند به طور خطی با تراکم بافت در بافت‌های زنده ارتباط داشته باشد. رائو و همکاران [20] رابطه‌ی (۱)، تیلور و همکاران [12] رابطه‌ی (۲) و شولز و همکاران [13] رابطه‌ی (۳) را برای ارتباط چگالی موثر ماده استخوان با یکای هانسفیلد که از تصاویر سی‌تی بدست آمده، پیشنهاد نموده‌اند. که در آن ρ_{eff} چگالی موثر (نسبت جرم نمونه تر به حجم نمونه همراه با مغز استخوان) می‌باشند.

$$\rho_{eff}(kg/m^3) = 0.523HU + 1000 \quad (۱)$$
$$\rho_{eff}(kg/m^3) = 0.464HU + 1000 \quad (۲)$$
$$\rho_{eff}(kg/m^3) = 0.635HU + 1000 \quad (۳)$$

لازم به ذکر است که برای محاسبه ضرایب در معادلات (۲) و (۳) از دو مقدار چگالی، یکی مقدار ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب برای آب در یکای هانسفیلد صفر و دیگری مقدار چگالی ماکزیمم استخوان فشرده نمونه مورد آزمایش به ازای بزرگترین مقدار یکای هانسفیلد موجود در تصاویر سی‌تی نمونه، استفاده می‌شود.

از سوی دیگر آزمایش‌های کششی، فشاری و خمشی زیادی بر روی نمونه‌های استخوانی حیوانات و انسان از جمله استخوان ران، تیبیا، مهره‌ها، لگن و غیره انجام شده است. اکثر آنها به دنبال یافتن رابطه بین مدول الاستیک استخوان و چگالی آن بوده‌اند. برخی از آنها روابط خطی و عمدتا توانی را برای مدول الاستیک استخوان بر حسب چگالی آن پیشنهاد کرده‌اند. هلگاسون و همکاران [21] یک پژوهش مروری بر روابط چگالی-الاستیسیته موجود انجام داده و به مقایسه آنها پرداخته‌اند. روابط (۴) ، (۵) و (۶) سه رابطه توانی مشهور چگالی- مدول الاستیک هستند.

(۴) کارتر و هایس $E(GPa) = 3.79\rho_{app}^{3}$

(۵) کلر $E(GPa) = 3.26\rho_{app}^{2.29}$

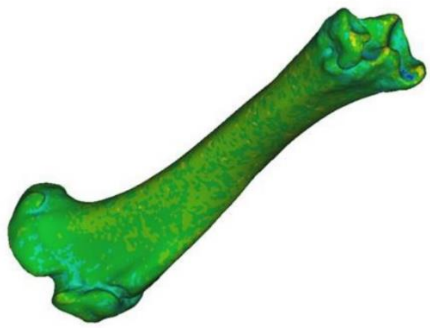
(۶) مورگان $E(GPa) = 6.85\rho_{app}^{1.49}$

که در آنها چگالی بر حسب گرم بر سانتیمترمکعب می باشد.

پس از ایجاد مدل هندسی، لازم است خواص مواد در نرم‌افزار میمیکس به مدل استخوان اختصاص داده شود. برای این منظور، استخوان به عنوان یک ماده ناهمگن به چندین ناحیه با چگالی متفاوت تقسیم می‌شود به طوری که هر ناحیه یک ماده همگن با چگالی یکنواخت خواهد بود. با داشتن کمترین و بیشترین یکای هانسفیلد در تصویر سی‌تی استخوان می‌توان بازه تغییرات چگالی استخوان را بدست آورد. حال می‌توان این بازه را به تعداد مشخصی ناحیه تقسیم نمود. هر چه تعداد تقسیمات بیشتر باشد توزیع ناهمگنی ماده استخوان دقیقتر خواهد بود. بدین ترتیب مدل ناهمگن گسسته استخوان ایجاد می‌شود. اکنون سوال کلیدی این است که چه تعداد از این تقسیم بندی‌ها مناسب است؟ برای پاسخ به این سوال، بازه حداقل و حداکثر چگالی به ۵، ۱۰، ۲۰ و ۴۰ ناحیه مساوی تقسیم شده و بر اساس این تقسیم بندی‌ها مدل‌های مختلف استخوان ناهمگن تهیه گردیده است.

برای اختصاص خواص استخوان ناهمگن مانند چگالی و مدول الاستیک به مدل ، لازم است روابط چگالی- هانسفیلد و چگالی- الاستیسیته معرفی شوند. در این مطالعه از سه رابطه چگالی-هانسفیلد پیشنهاد شده توسط رائو، تیلور و شولز استفاده شده است. پس از انتقال مدل‌ها به نرم‌افزار آباکوس، با معلوم بودن حجم هر المان از مدل در نرم‌افزار آباکوس و چگالی آن که از نرم‌افزار میمیکس منتقل شده است، وزن مدل‌ها در نرم‌افزار آباکوس قابل تعیین است. وزن تخمین زده شده مدل بر پایه رابطه رائو، تیلور و شولز به ترتیب ۲۵۲/۲، ۲۶۸/۶ و ۲۵۳/۴ گرم و وزن

واقعی استخوان ۲۷۱ گرم می‌باشد. با مقایسه وزن مدل با وزن نمونه آزمایشگاهی، مشخص شد که رابطه تیلور، با ۰/۹ درصد خطا، وزن دقیق‌تری را نسبت به روابط دیگر پیش‌بینی می‌کند. علاوه بر این، سه مدل ناهمگن بر اساس سه رابطه چگالی- الاستیسیته متفاوت کارتر-هایس، کلر و مورگان توسعه داده شده است. در شکل ۵ مدل هندسی اختصاص داده شده با چهل ناحیه با توجه به رابطه چگالی-الاستیسیته کارتر و هایس نشان داده شده است. مناطق آبی رنگ دارای کمترین و نارنجی رنگ دارای بیشترین مقادیر یکای هانسفیلد (کمترین و بیشترین چگالی و مدول الاستیک) هستند.



شکل ۵ مدل ناهمگن استخوان با تخصیص چهل ناحیه مجزا برای چگالی و مدول الاستیک

برای مقایسه مدل‌های ناهمگن استخوان با مدل همگن، مدل هندسی ایجاد شده در نرم‌افزار میمیکس، بدون تقسیم بندی و تخصیص مواد، مستقیماً وارد نرم‌افزار آباکوس شده و خواص آن براساس داده‌های موجود در پیشینه پژوهش مطابق جدول (۱) تخصیص داده شده‌اند (مدل همگن). لازم به ذکر است به دلیل آنکه باید نمونه تحت تست مودال قرار می‌گرفت، عملا امکان شکستن نمونه به تکه‌های کوچک برای تعیین آزمایشگاهی چگالی این قطعات و سپس میانگین گیری از آنها، میسر نشده و از داده‌های موجود در پژوهش‌های قبلی استفاده شده است.

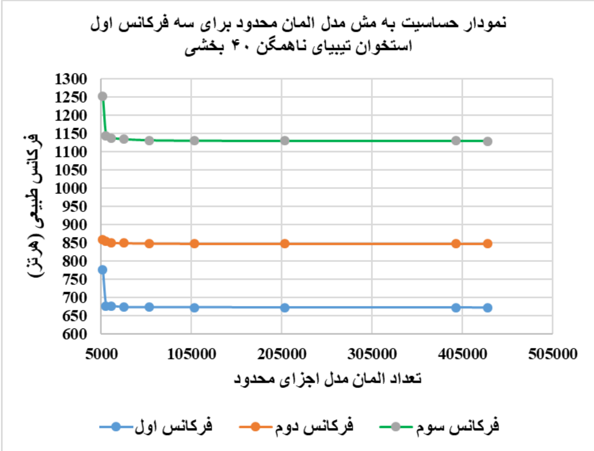
جدول ۱ خواص مادی استخوان همگن

چگالی(گرم/ سانتی مترمکعب)	نسبت پواسون	مدول الاستیک (گیگاپاسکال)
۱/۶۷ [25]	۰/۳ [24]	۱۹/۸ [24]

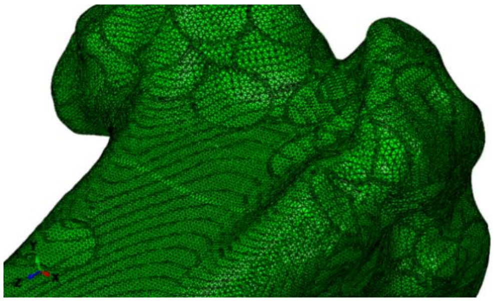
مدل سازی اجزای محدود

پس از ناحیه‌بندی و اختصاص خواص به بخش‌های تقسیم شده مدل در نرم‌افزارمیمیکس، مدل وارد نرم‌افزار آباکوس شده و بر اساس همان بخش بندی‌ها در نرم‌افزار میمیکس، به آباکوس منتقل می‌شود. مقادیر چگالی و مدول الاستیک هر بخش به دست آمده از نرم‌افزار میمیکس به صورت خودکار به قسمت‌های مختلف مدل در آباکوس اختصاص داده شده است (مدل ناهمگن گسسته). لازم به ذکر است که در این مدل ناهمگن چند ناحیه‌ای که نویسندگان آن را مدل ناهمگن گسته نامیده‌اند، هنگام انتقال مدل از نرم‌افزار میمیکس به آباکوس تمام ناحیه‌بندی به طور خودکار با حفظ خواص چگالی و مدول الاستیک خود به آباکوس منتقل می‌گردد و نیازی به تخصیص خواص ماده در نرم‌افزار آباکوس نیست.

با شبکه‌بندی مدل در آباکوس با المان‌های چهار وجهی مرتبه دوم از نوع C3D10، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای استخوان تعیین گردیده است. حل این مدل برای تعیین ۱۲ فرکانس اول (شامل ۶ مود جسم صلب و ۶ فرکانس اول غیر صفر) و شکل مودهای ارتعاشی مدل برای هر یک از سه رابطه چگالی- الاستیسیته یاد شده با رایانه (۱۶ هسته پردازنده، با حافظه ۶۴ گیگابایت) حدود یک ساعت زمان صرف شده است. برای بررسی حساسیت مدل به مش و دستیابی به تعداد المان بهینه مدل اجزای محدود، مدل برای نه اندازه مختلف المان، حل گردیده و سه فرکانس طبیعی اول استخوان در هر حالت محاسبه شده است. در شکل (۶) نمودار همگرایی مش مدل برای سه فرکانس اول استخوان ناهمگن ۴۰ ناحیه‌ای نشان داده شده است. پس از تحلیل حساسیت شبکه المانی، اندازه بهینه مشبندی مشخص شده است. تعداد المان‌های بهینه ۴۳۲۷۸۲ است. مدل اجزای محدود استخوان ناهمگن در آباکوس در شکل (۷) نشان داده شده است.



شکل ۶ نمودار حساسیت به مش مدل برای سه فرکانس اول استخوان ناهمگن



شکل ۷ مدل اجزای محدود ناهمگن استخوان تیبیا

برای پاسخ به این سوال که تعداد تقسیمات ماده استخوان در مدل ناهمگن چه تأثیری بر فرکانس‌های طبیعی آن می‌گذارد، یک مدل ناهمگن شامل ۴۳۲۷۸۲ ناحیه (به تعداد المان‌های مدل ایجاد شده است (مدل ناهمگن پیوسته). برای این منظور ابتدا یک فایل متنی از یکای هانسفیلد مربوط به حدود ۴ میلیون نقطه از مدل استخوان به همراه مختصات آنها از نرم‌افزار میمیکس استخراج شده است. سپس به کمک نرم‌افزار متلب و بر اساس رابطه چگالی–هانسفیلد تیلور و سه رابطه چگالی– الاستیسیته کارتر–هایس، کلر و مورگان، مقادیر چگالی و مدول الاستیک این ۴ میلیون نقطه بدست آورده شده است. از طرفی با ورود مدل هندسی به نرم‌افزار آباکوس و شبکه‌بندی آن به تعداد ۴۳۲۷۸۲ المان چهار وجهی مرتبه دوم، مختصات تعدادی از گره‌های مدل (۲۱۵۷۱۳ گره) در آباکوس اخذ شده و در فایل اکسل ذخیره گردیده است. سپس با برنامه نویسی در متلب مختصات این گره‌ها با مختصات نقاط هانسفیلد دار که قبلا از نرم‌افزار میمیکس استخراج شده است مقایسه شده و برای هر گره، یکای هانسفیلد نزدیکترین نقطه منظور گردیده است. بدین ترتیب تمام گره‌های مدل، دارای یکای هانسفیلد، چگالی و مدول الاستیسیته مشخص هستند. پس از آن برای هر المان، چگالی و مدول الاستیک با میانگین‌گیری مقادیر چگالی و مدول الاستیسیته گره‌های آن المان، معلوم گردیده و بنابراین هر المان از مدل مش‌بندی شده با خواص چگالی و مدول الاستیک مشخص خود به عنوان یک بخش در آباکوس تعریف شده است.

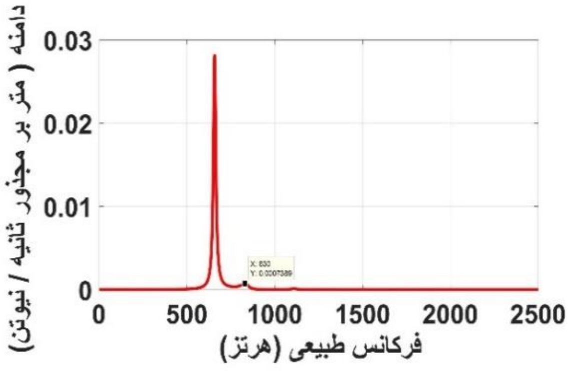
در این تحلیل لازم است برای هر المان، نرم‌افزار آباکوس، متلب را فرا خوانده و خواص آن المان را از متلب بخواند که این موضوع باعث طولانی شدن حل این مدل ناهمگن پیوسته شده است. حل این مدل برای تعیین ۱۲ فرکانس اول (شامل ۶ مود جسم صلب و ۶ فرکانس اول غیر صفر) و شکل مودهای ارتعاشی مدل برای هر یک از سه رابطه چگالی–الاستیسیته یاد شده با رایانه (۱۶ هسته پردازنده، با حافظه ۶۴ گیگابایت) حدود ۷۲ ساعت زمان برده است.

نتایج

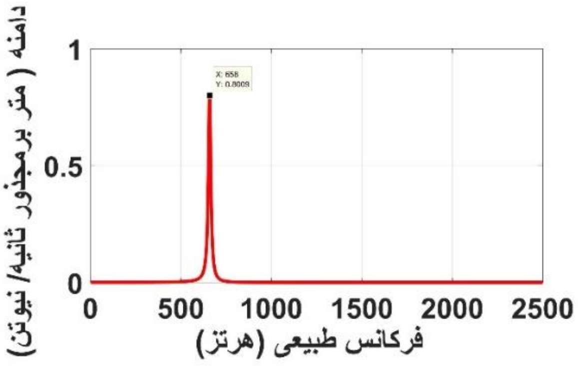
در این بخش ابتدا نتایج تست مودال نمونه استخوان تیبیا و سپس نتایج حاصل از مدل‌سازی اجزای محدود استخوان ارائه می‌شود.

نتایج تست مودال

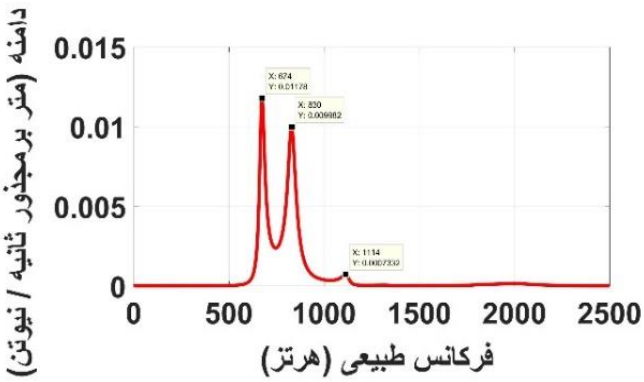
پس از تست مودال استخوان، تمام ۳۶ نمودار پاسخ فرکانسی به نرم‌افزار متلب منتقل شده و رسم گردیده‌اند. از بین ۳۶ حالت تست، تعدای مشابه هم هستند. (مثلا اعمال ضربه چکش در راستایY در وضعیت قرارگیری قدامی–خلفی، مشابه اعمال ضربه چکش در راستای X در وضعیت قرارگیری جانبی– میانی است). بنابراین تعدادی از نمودارهای پاسخ فرکانسی شبیه هم خواهند بود. شکل (۸) شش نمونه از توابع پاسخ فرکانسی غیرتکراری استخوان را نشان می‌دهد که در نرم‌افزار متلب ترسیم شده‌اند. فرکانس‌های طبیعی استخوان بر حسب هرتز در ۳۶ حالت مختلف تست که از نمودارهای توابع پاسخ فرکانسی بدست آمده است، در جدول (۲) ارائه شده است. با میانگین‌گیری فرکانس‌های طبیعی که شکل مود ارتعاشی یکسانی دارند، پنج فرکانس اول قابل شناسایی استخوان بدست می‌آیند که در جدول (۳) آمده است.



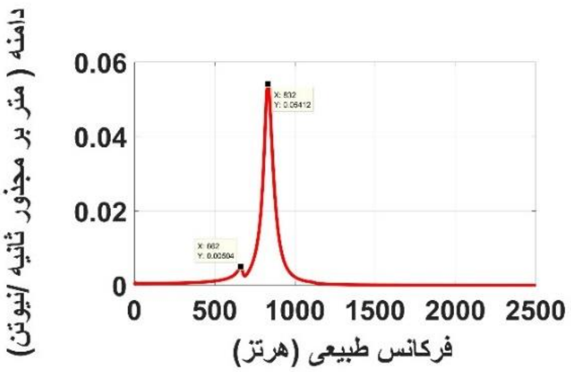
وضعیت قدامی- خلفی و ضربه در راستای محورY



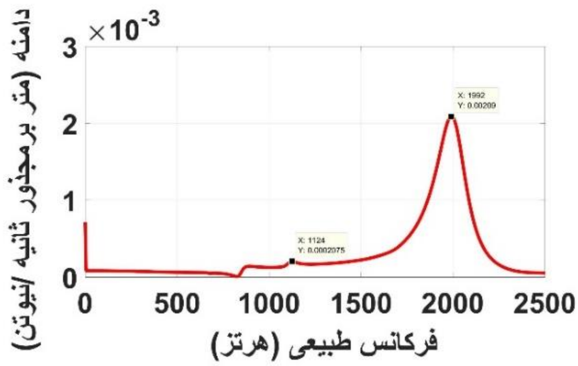
وضعیت جانبی-میانی و ضربه در راستای محورY



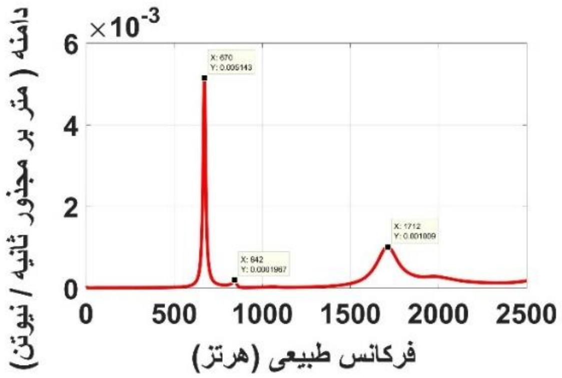
وضعیت قدامی-خلفی(ضربه در راستای محورX)



وضعیت جانبی-میانی و ضربه در راستای محور X



وضعیت قدامی- خلفی و ضربه در راستای محورZ



وضعیت جانبی-میانی و ضربه در راستای محورZ

شکل ۸ توابع پاسخ فرکانسی نمونه بر حسب جهات مختلف اعمال ضربه چکش

جدول ۲ فرکانس‌های قابل شناسایی استخوان بر حسب هرتز در ۳۶ حالت مختلف تست مودال

وضعیت نمونه	راستای ضربه چکش	پروگزیمال (ضربه پروگزیمال)	پروگزیمال (ضربه دیستال)	مدیال (ضربه پروگزیمال)	مدیال (ضربه دیستال)	دیستال (ضربه پروگزیمال)	دیستال (ضربه دیستال)
قدامی- خلفی	محور Y	۶۶۲, ۸۳۰	۶۶۲, ۸۳۰	۶۶۴, ۸۳۲	۶۶۴, ۸۳۲	۶۶۲, ۸۳۲	۶۶۲, ۸۳۲
	محور X	۶۷۴, ۸۳۰, ۱۱۱۴	۶۷۴, ۸۳۰, ۱۱۱۴	۶۷۴, ۸۳۰, ۱۱۱۴	۶۷۴, ۸۳۰, ۱۱۱۴	۶۷۴, ۸۳۰, ۱۱۱۴	۶۷۴, ۸۳۰, ۱۱۱۴
	محور Z	۱۱۲۴, ۱۹۹۲	۱۱۲۴, ۱۹۹۲	۱۱۲۶, ۱۹۹۲	۱۱۲۴, ۱۹۹۲	۱۱۲۶, ۱۹۹۲	۱۱۲۶, ۱۹۹۲
جانبی- میانی	محور Y	۶۵۸	۶۵۸	۶۵۸	۶۵۸	۶۵۸	۶۵۸
	محور X	۶۵۸, ۸۳۲	۶۵۸, ۸۳۲	۶۵۸, ۸۳۴	۶۵۸, ۸۳۲	۶۵۸, ۸۳۴	۶۵۸, ۸۳۳
	محور Z	۶۷۰, ۸۴۶, ۱۷۱۲	۶۷۰, ۸۴۴, ۱۷۱۲	۶۷۰, ۸۴۲, ۱۷۱۰	۶۷۰, ۸۴۴, ۱۷۱۲	۶۷۰, ۸۴۴, ۱۷۱۰	۶۷۰, ۸۴۴, ۱۷۱۰

جدول ۳ میانگین پنج فرکانس اول قابل شناسایی استخوان بر حسب هرتز

وضعیت قرارگیری نمونه	جهت ضربه چکش	فرکانس اول	فرکانس دوم	فرکانس سوم	فرکانس چهارم	فرکانس پنجم
قدامی- خلفی	محور Y	۶۶۳	۸۳۲	……	……	……
	محورX	۶۷۴	۸۳۰	۱۱۱۴	……	……
	محورZ	……	……	۱۱۲۵	……	۱۹۹۲
جانبی- میانی	محور Y	۶۵۸	……	……	……	……
	محورX	۶۵۸	۸۳۳	……	……	……
	محورZ	۶۷۰	۸۴۴	……	۱۷۱۱	……
مقدار میانگین و انحراف معیار		۶۶۵±۷/۲	۸۳۵±۶/۳	۱۱۲۰± ۷/۸	۱۷۱۱	۱۹۹۲

جدول ۴ مقادیر حداکثر و حداقل یکای هانسفیلد، چگالی و مدول الاستیک نواحی مختلف استخوان

		حداقل	حداکثر
یکای هانسفیلد استخوان		-۱۰۱۸	۱۹۷۰
چگالی استخوان (کیلوگرم بر مترمکعب)	رابطه رائو	۴۶۷/۶	۲۰۳۰/۳
	رابطه تیلور	۵۲۷/۷	۱۹۱۴/۱
	رابطه شولز	۳۵۳/۶	۲۲۵۱/۰
مدول الاستیک استخوان (گیگا پاسکال) طبق رابطه چگالی – الاستیسیته تیلور	رابطه کارتر و هایس	۰/۶	۲۶/۶
	رابطه کلر	۰/۸	۱۴/۴
	رابطه مورگان	۲/۶	۱۸/۰

نتایج روابط یکای هانسفیلد با چگالی و مدول الاستیک

با استفاده از تصاویر سی‌تی استخوان تیبیا، مقادیر حداقل و حداکثر یکای هانسفیلد به ترتیب ۱۰۱۸- و ۱۹۷۰ تعیین شده است. به کمک روابط چگالی – هانسفیلد و چگالی–الاستیسیته ارائه شده، مقادیر حداکثر و حداقل چگالی و مدول الاستیک نواحی مختلف استخوان تعیین شده که در جدول (۴) آمده است.

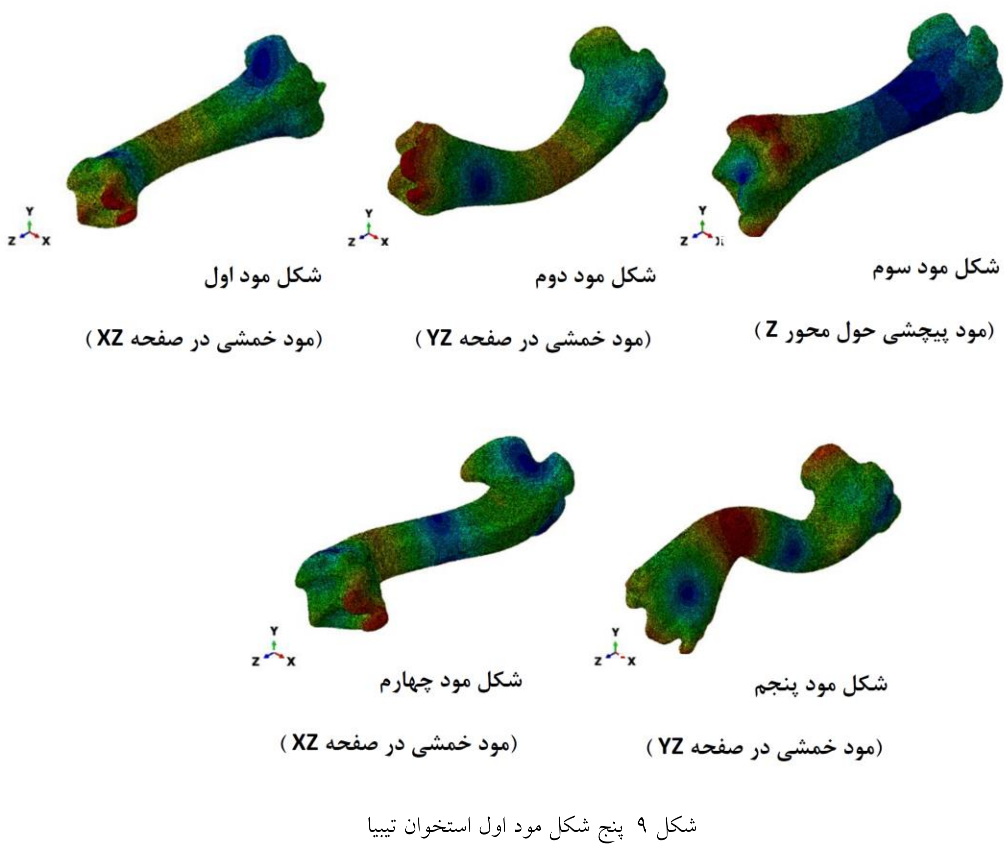
نتایج مدل‌سازی اجزای محدود

پس از حل هر یک از مدل‌های اجزا محدود همگن، ناهمگن گسسته و ناهمگن پیوسته، ۱۲ فرکانس اول (شامل ۶ مود جسم صلب و ۶ فرکانس اول غیر صفر) بدست آمده است. پنج فرکانس اول غیر صفر و میزان خطا نسبت به نتایج تست مودال هر یک از مدل‌های همگن، ناهمگن گسسته و ناهمگن پیوسته در جدول (۵) آمده است. همچنین شکل پنج مود ارتعاشی اول استخوان در

شکل (۹) نشان داده شده است. نتایج جدول (۵) نشان می‌دهد که مقادیر فرکانس‌های طبیعی بدست آمده مطابق با رابطه چگالی-الاستیسیته کارتر و هایس، به فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از تست مودال نزدیک تر است. همچنین، پنج فرکانس اول غیر صفر مدل ناهمگن گسسته بر اساس تعداد بخش‌های مدل، در جدول (۶) نشان داده شده است. نتایج این جدول نشان می‌دهد که وقتی تعداد ناحیه‌های مدل از ۲۰ ناحیه فراتر می‌رود، تغییرات کمی در فرکانس‌های مدل بوجود آمده و نتایج به هم نزدیک می‌شوند.

جدول ۵ پنج فرکانس اول و میزان خطا با نتایج آزمایشگاهی هر یک از مدل‌های همگن، ناهمگن گسسته و پیوسته

مدل استخوان	رابطه چگالی - الاستیسیته	فرکانس‌های طبیعی استخوان (هرتز)					درصد خطای مدل با نتایج آزمایشگاهی				
		فرکانس ۱	فرکانس ۲	فرکانس ۳	فرکانس ۴	فرکانس ۵	فرکانس ۱	فرکانس ۲	فرکانس ۳	فرکانس ۴	فرکانس ۵
همگن	....	۷۹۵	۹۹۵	۱۴۹۲	۲۵۰۲	۲۹۴۴	۱/۶	۱/۳	۳۳/۲	۴۶/۴	۴۷/۸
ناهمگن گسسته (۴۰ بخش)	کارتر و هایس	۶۷۲	۸۴۷	۱۱۲۹	۱۷۱۷	۱۹۹۹	۱/۱	۱/۴	./۸	۰/۴	۰/۴
	کلر	۶۸۳	۸۵۷	۱۱۵۱	۱۹۵۵	۲۲۲۹	۲/۷	۲/۶	۲/۸	۱۴/۳	۱۱/۹
	مورگان	۶۸۸	۸۶۴	۱۲۲۵	۲۳۲۸	۲۵۳۷	۳/۵	۳/۵	۹/۴	۳۶/۱	۲۷/۴
ناهمگن پیوسته (۴۳۲۷۸۲ بخش)	کارتر و هایس	۶۷۰	۸۴۵	۱۱۲۷	۱۷۱۵	۱۹۹۵	۰/۸	۱/۲	۰/۶	۰/۲	۰/۲
	کلر	۶۸۱	۸۵۶	۱۱۴۹	۱۹۵۲	۲۲۲۴	۲/۴	۲/۵	۲/۶	۱۴/۱	۱۱/۶
		۶۸۵	۸۶۰	۱۲۲۰	۲۳۲۲	۲۵۳۰	۳/۰	۳/۰	۸/۹	۳۵/۷	۲۷/۰
تست مودال آزمایشگاهی		۶۶۵	۸۳۵	۱۱۲۰	۱۷۱۱	۱۹۹۲					



شکل ۹ پنج شکل مود اول استخوان تیبیا

جدول ۶ پنج فرکانس اول غیر صفر مدل ناهمگن گسسته بر اساس تعداد نواحی مدل ناهمگن

مدل استخوان	فرکانس‌های طبیعی استخوان (هرتز)					درصد خطای مدل با نتایج آزمایشگاهی				
	فرکانس ۱	فرکانس ۲	فرکانس ۳	فرکانس ۴	فرکانس ۵	فرکانس ۱	فرکانس ۲	فرکانس ۳	فرکانس ۴	فرکانس ۵
ایزوتروپ ناهمگن گسسته (۵ بخش)	۶۸۱	۸۶۰	۱۱۵۱	۱۷۵۸	۲۰۴۳	۲/۴	۳/.	۲/۸	۲/۸	۲/۶
ایزوتروپ ناهمگن گسسته (۱۰ بخش)	۶۷۵	۸۵۳	۱۱۴۲	۱۷۳۹	۲۰۲۳	۱/۵	۲/۲	۲/۰	۱/۶	۱/۶
ایزوتروپ ناهمگن گسسته (۲۰ بخش)	۶۷۲	۸۴۸	۱۱۳۱	۱۷۲۰	۲۰۰۱	۱/۱	۱/۶	۱/۰	۰/۵	۰/۵
ایزوتروپ ناهمگن گسسته (۴۰ بخش)	۶۷۲	۸۴۷	۱۱۲۹	۱۷۱۷	۱۹۹۹	۱/۱	۱/۴	۱/۰	۰/۴	۰/۴
ایزوتروپ ناهمگن پیوسته (۴۳۲۷۸۲ بخش)	۶۷۰	۸۴۵	۱۱۲۷	۱۷۱۵	۱۹۹۵	۰/۸	۱/۲	۰/۶	۰/۲	۰/۲
تست مودال	۶۶۵	۸۳۵	۱۱۲۰	۱۷۱۱	۱۹۹۲					

بحث روی نتایج

در این تحقیق به مطالعه اثر ناهمگنی بافت استخوان بر روی نتایج مدل اجزای محدود، برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی پرداخته شده است. برای این منظور با تهیه استخوان تیبیای گوساله و جداکردن بافت‌های نرم و چربی متصل به آن، فرکانس‌های طبیعی به کمک تست مودال و در وضعیت دو انتهای آزاد تعیین گردید. با تهیه تصاویر سی‌تی، هندسه و توزیع چگالی بر حسب یکای هانسفیلد تهیه شده و بر اساس این هندسه، مدل اجزای محدودی با در نظر گرفتن اثرات ناهمگنی ماده استخوان ایجاد شده است. به کمک این مدل و با تحلیل حساسیت، تعداد المان‌های بهینه برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی به دست آمدند. برای مدل‌سازی ناهمگنی، روابط پیشنهادی پژوهش‌های قبلی برای رابطه چگالی–هانسفیلد در مدل اعمال گردیدند. این ناهمگنی با فرض تغییر نقطه‌ای چگالی بر حسب یکای هانسفیلد به عنوان یک مدل ناهمگن پیوسته اعمال شد. با مقایسه وزن نمونه استخوان با مدل اجزای محدود، رابطه چگالی–هانسفیلد پیشنهاد شده توسط تیلور نزدیک‌ترین وزن را برای مدل اجزای محدود استخوان پیش‌بینی می‌کند. سپس چهار مدل ناهمگن گسسته، با بخش بندی بازه تغییرات چگالی به ۵، ۱۰، ۲۰ و ۴۰ زیربازه تهیه گردید. تغییرات مدول الاستیک بر حسب چگالی به کمک سه رابطه پیشنهادی به مدل همگن پیوسته و مدل‌های ناهمگن گسسته اعمال شد. با مراجعه به جدول (۵) مشاهده می‌گردد که پنج فرکانس طبیعی اول مدل استخوان همگن بین ۲۰ تا ۵۰ درصد با فرکانس‌های تست مودال اختلاف دارند. این موضوع موید آن است که در مدل‌سازی اجزای محدود ارتعاشات استخوان، مدل‌های همگن توصیه نمی‌شود. به علاوه با مقایسه فرکانس‌های طبیعی مدل‌های ناهمگن گسسته استخوان با مدل ناهمگن پیوسته مشهود است که یک مدل ناهمگن گسسته ۲۰ ناحیه‌ای می‌تواند به جای یک مدل ناهمگن پیوسته ۴۳۲۷۸۲ ناحیه‌ای پر هزینه، مورد استفاده قرار گیرد. با مقایسه نتایج جدول (۵) برای سه رابطه چگالی–الاستیسیته مورد استفاده در مدل‌های ناهمگن استخوان، ملاحظه می‌شود که رابطه چگالی الاستیسیته ارائه شده توسط کارتر و هایس نسبت به روابط پیشنهادی کلر و مورگان، نزدیکترین فرکانس‌های طبیعی را به مقادیر آزمایشگاهی پیش‌بینی می‌کند. مقایسه نتایج مدل‌های ناهمگن با نتایج تجربی نشان می‌دهد که تفاوت بسیار کمی بین مدل‌های ناهمگن گسسته۴۰ ناحیه‌ای و پیوسته ۴۳۲۷۸۲ ناحیه‌ای وجود دارد. نتایج تأکید می‌کنند که برای یک مدل ناهمگن گسسته از ۱۰ ناحیه بالاتر، فرکانس‌های طبیعی به سرعت همگرا می‌شوند. در این تحقیق مشاهده گردید که برای پنج فرکانس طبیعی اول، یک مدل ناهمگن گسسته با ۲۰ ناحیه، نتایج به مقادیر تجربی نزدیک می‌شود. بنابراین در مدل‌سازی اجزای محدود ارتعاشات استخوان می‌توان به جای استفاده از

مدل‌های همگن غیر دقیق یا مدل‌های ناهمگن پیوسته دقیق ولی پر هزینه، از مدل‌های ناهمگن گسسته ۲۰ ناحیه‌ای دقیق و کم هزینه استفاده نمود.

نتیجه‌گیری

نتایج این تحقیق نشان می‌دهد اگر چه استفاده از مدل‌های ناهمگن پیوسته می‌تواند احتمالا نتایج دقیق‌تری در تحلیل‌های استاتیکی همچون تحلیل تنش و کرنش، رشد ترک، خستگی و شکست استخوانی به دست دهد ولی در تحلیل‌های ارتعاشی و فرکانس‌های طبیعی استخوان، یک مدل ساده‌تر ناهمگن گسسته با ۲۰ ناحیه، می‌تواند فرکانس‌های طبیعی نزدیک با مقادیر تجربی را با صرف هزینه کمتر و مدت زمان کوتاهتر با خطای کمتر از یک درصد به دست دهد. به‌علاوه این مدل‌های گسسته می‌تواند در آینده، با متصل شدن به نرم افزارهای سی‌تی اسکن، بلافاصله بعد از سی‌تی، مدل گسسته استخوان را ایجاد کرده و در زمان کوتاهی فرکانس‌های طبیعی استخوان را محاسبه نماید. این موضوع می‌تواند در تشخیص ضایعات پوکی استخوان راهگشا باشد.

در این پژوهش در تست مودال ، نسخه نرم افزار پالس لب شاپ در دسترس، امکان گرفتن فایل هندسه استخوان، جهت نشان دادن شکل مودهای ارتعاشی استخوان را نداشت. لذا استفاده از نسخه‌های جدیدتر این نرم‌افزار می‌تواند با نشان دادن شکل مود طبیعی استخوان، سرعت و دقت تعیین فرکانس‌های طبیعی را افزایش دهد. همچنین امکان ساخت تکیه گاه مناسب برای گیردار یا مفصل کردن یک سر یا دو سر استخوان تیبیا میسر نشد. در این صورت امکان تست و سپس مدل‌سازی تیبیا تحت شرایط مرزی یک انتها و یا دو انتهای گیردار یا مفصل فراهم می‌گردید.

یکی از محدودیت‌های این پژوهش در نظر نگرفتن کانال مغز زرد استخوان و نواحی محتوی مغز قرمز است. اگر چه در این تحقیق کانال استخوان توپر فرض شده است، لیکن به دلیل پایین بودن یکای هانسفیلد نواحی مغز زرد و قرمز استخوان، چگالی این نواحی نیز پایین‌تر از قسمت‌های استخوانی آن بر اساس رابطه چگالی–الاستیسیته تیلور محاسبه شده است که دقیقا برابر چگالی واقعی مغز زرد یا قرمز استخوان نیست. این موضوع می‌تواند محل تولید خطا باشد. با خالی کردن کانال مغز زرد و جایگزینی آن با توده مغز زرد و اعمال چگالی و مدول الاستیک مربوط به مغز زرد، می‌توان مقدار این خطا را بررسی نمود. البته از آنجا که این بخش به صورت همگن می‌باشد تأثیر آن در نتایج به طور یکسان بوده و نتیجه این تحقیق همچنان می‌تواند راهگشا باشد. محدودیت دیگر این پژوهش این است که برای تمام قسمت های فشرده و اسفنجی استخوان از یک رابطه چگالی-الاستیسیته واحد استفاده شده است. می‌توان با تفکیک قسمت‌های فشرده و اسفنجی استخوان، به هر قسمت رابطه چگالی- الاستیسته جداگانه‌ای تخصیص داد و دقت نتایج را بررسی نمود. در این پژوهش تنها اثرات ناهمگنی استخوان بر فرکانس‌های طبیعی آن مورد بررسی قرار گرفته است و تأثیر ناهمسانگردی ماده استخوان بر فرکانس‌های طبیعی بررسی نشده است.

به عنوان پژوهش بعدی می‌توان بررسی کرد که اثرات ناهمگنی بر رفتار ارتعاشی استخوان بیشتر است یا اثرات ناهمسانگردی آن. به علاوه ممکن است در فرکانس‌های بالاتر مودهای ترکیبی ظاهر شوند. مطالعه تأثیر مغز زرد استخوان، تفکیک بافت فشرده و اسفنجی، ناهمسانگردی و مودهای ارتعاشی ترکیبی در ادامه این تحقیق پیش‌بینی شده است.

واژه نامه

یکای هانسفیلد	Bone Hounsfield Unite
بازسازی مجدد استخوان	Remodeling
تست ضربه چکش	Hmmer impact test
ارتعاش سنج لیزری	Laser Vibrometer
قدامی- خلفی	Anterior-posterior
جانبی- میانی	Lateral-medial
جداسازی	Segmentation
آستانه‌یابی	Thresholding
چگالی موثر	Effective density
چگالی ظاهری	Appearance density

تقدیر و تشکر

مراجع

[1] T. Kono, Y. Ayukawa, Y. Moriyama, K. Kurata, K. H. Hiroshi Takamatsu and K. Koyano, "The effect of low-magnitude, high-frequency vibration stimuli on the bone healing of rat incisor extraction socket", *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 134, no. 9, pp. 091001-091006, (2012).

[2] R. Uchida, K. Nakata, F. Kawano F., Y. Yonetani, I. Ogasawara, N. Nakai, T. Mae, T. Matsuo, Y. Tachibana, H. Yokoi, H. Yoshikawa, "Vibration acceleration promotes bone formation in rodent models", *PLOS One*, vol. 12, no. 3, e0172614, (2017).

[3] E. Lau, S. Al-Dujaili, A. Guenther, D. Liu, L. Wang and L. You, "Effect of low-magnitude, high-frequency vibration on osteocytes in the regulation of osteoclasts", *Bone*, vol. 46, no. 6, pp. 1508–1515, (2010).

[4] N.J. Cairns, M.J. Pearcy, J. Smeathers and C. Adam, "Ability of modal analysis to detect osseointegration of implants in transfemoral amputees: a physical model study", *Medical & Biological Engineering & Computing*, vol. 51, pp. 39–47, (2013).

[5] L.X. Guo, M. Zhang, J.L. Li., Y.M. Zhang, Z.W. Wang and E.C. Teo, "Influence Prediction of Tissue Injury on Frequency Variations of the Lumbar Spine under Vibration", *OMICS A Journal of Integrative Biology*, vol. 13, no. 6, pp. 521-526, (2009).

[6] L.X. Guo, M. Zhang, and Ming Zhang, "Finite Element Modeling and Modal Analysis of the Human Spine Vibration Configuration", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 58, no. 10, pp. 2987-2990, (2011).

[7] L. Verdenelli, R. Rossetti, P. Chiariotti, M. Martarelli and L. Scalise, "Experimental and numerical dynamic characterization of a human tibia", *Journal of Physics: Conference Series*, 1149 (2018) 012029, AIVELA, (2018).

[8] S.L. Lin, S.Y. Lee, L.Y. Lee, W.T. Chiu, C.T. Lin and H.M. Huang, "Vibrational analysis of mandible trauma: experimental and numerical approaches", *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 44, no. 9, pp. 785–792, (2006).

[9] L.C. Pastrava, J. Devos, G. Van der Perrea and S.V.N. Jaecques, "A finite element analysis of the vibrational behaviour of the intra-operatively manufactured prosthesis–femur system", *Medical Engineering & Physics*, vol. 31, no. 4, pp. 489–494, (2009).

[10] M.C. Hobatho, R. Darmana, P. Pastor, J. Barrau, S. Laroze and J. Morucci, "Development of a three-dimensional finite element model of a human tibia using experimental modal analysis", *Journal of Biomechanics*, vol. 24, no. 6, pp. 371-383, (1991).

[11] B. Bediz, H. Nevzat Özgüven and F. Korkusuz, "Measuring Structural Dynamic Properties of Human Tibia by Modal Testing", *Proceedings of the 26th International Modal Analysis Conference*, Orlando, Florida, February 4-7, (2008).

[12] W.R. Taylor, E. Roland, H. Ploeg, D. Hertig, R. Klabunde, M.D. Warner and S.E. Clift, "Determination of Orthotropic Bone Elastic Constants Using FEA and Modal Analysis", *Journal of Biomechanics*, vol. 35, no. 6, pp. 767–773, (2002).

[13] R. Scholz, F. Hoffmann, S. von Sachsen, W. G. Drossel, C. Klöhn and C. Voigt, “Validation of density–elasticity relationships for finite element modeling of human pelvic bone by modal analysis”, *Journal of Biomechanics*, vol. 46, no. 15, pp. 2667-2673, (2013).

[14] E.F. Morgan, H.H. Bayraktar and T.M. Keaveny, “Trabecular bone modulus–density relationships depend on anatomic site”, *Journal of Biomechanics*, vol. 36, no. 7, pp. 897-904, (2003).

[15] M. Werner, M. Quickert and H. Kunze and C. Voigt, “Applying modal Analysis for comparing various FE models of human pelvic bone”, *16th International Congress on Sound and Vibration*, Kraków, Poland, 5–9 July, (2009).

[16] P. Henys and L. Capek, “Computational modal analysis of a composite pelvic bone: convergence and validation studies”, *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, vol. 22, no. 9, pp. 916-924, (2019).

[17] A.O. Moghaddam, M.J. Mahjoob and A. Nazarian, “Assigning Material Properties to Finite Element Models of Bone: A New Approach Based on Dynamic Behavior”, *The 7th International Conference on Computational Methods*, University of California at Berkeley, 1-4 August, (2016).

[18] D.J. Ewins, Modal Testing: Theory, Practice and Application, second edition, Wiley, pp. 303- 320, 2000.

[19] R.J. McBroom, W.C. Hayes, W.T. Edwards, R.P. Goldberg, and A.A.D. White, “Prediction of vertebral body compressive fracture using quantitative computed tomography”, *Journal of Bone and Joint Surgery American*, vol. 67, no. 8, pp. 1206–1214, (1985).

[20] J.Y. Rho, M.C. Hobatho and R.B. Ashman, “Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone”, *Medical Engineering & Physics*, vol. 17, no. 5, pp. 347-355, (1995).

[21] B. Helgason, E. Perilli, E. Schileo, F. Taddei, S. Brynjolfsson and M. Viceconti, “Mathematical relationships between bone density and mechanical properties: A literature review”, *Clinical Biomechanics*, vol. 23, no. 2, pp. 135–146, (2008).

[22] D.R. Carter and W.C. Hayes, “The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure”, *The Journal of Bone & Joint Surgery*, vol. 59, no. 7, pp. 954-962, (1977).

[23] T.S. Keller, “Predicting the compressive mechanical behavior of bone”, J*ournal of Biomechanics*, vol. 27, no. 9, pp. 1159-1168, (1994).

[24] D. Zhang, D.D. Arola and J.A. Rouland, “Evaluating the elastic modulus of bone using electronic speckle pattern interferometry”, *Experimental Techniques*, vol. 25, no. 5, pp. 32-34, (2001).

[25] S.D.M. Jones, M.A. Price and R.T. Berg, “The Density of Bovine Limb Bones”, *Canadian Journal of Animal Science*, vol. 58, no.1, pp. 105-106, (1978).